



Formulaire

Systèmes de Transmission

• Notions de base

Bruit blanc : signal aléatoire dont la DSP est constante sur toute la bande de fréquence $\Rightarrow$ m puissance $\forall f$

DSP ($S(f)$) : répartition de la puissance d'un signal sur les fréquences

- Bilatérale : $S_b(f)$ définie sur $f \in]-\infty; +\infty[$
- Monolatérale : $S_m(f)$ définie pour $f \geq 0$

Relation : $S_m(f) = 2 \cdot S_b(f)$ pour $f > 0$

Puissance totale du bruit

- Bilatérale : $P = \int_{-B}^B S_b(f) df = \int_{-B}^B \frac{N_0}{2} df = N_0 B$
- Monolatérale : $P = \int_0^B S_m(f) df$

Conversion de W vers dBm : $P_{dBm} = 10 \log \left(\frac{P_{watts}}{1 \text{ mW}} \right)$

Énergie d'un signal : $E = \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt$ (énergie totale)

Théorème de Parseval : $E = \int_{-\infty}^{+\infty} |S(f)|^2 df$

Rappel : $TF[s(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j2\pi f t} dt$

Trigo : $\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)]$

Pulsation et fréquence : $\omega = 2\pi f$ $2\pi n f_0 t$

$TF[\cos(2\pi f_0 t)] = \frac{1}{2} (\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0))$

Puissance : $P = \frac{1}{T_0} \int_{(T_0)} |s(t)|^2 dt = \langle s(t)^2 \rangle$ si signal T_0 -périodique

Rappel : $\langle A \cos(2\pi f_0 t) \rangle = \frac{A^2}{2}$

• Modulation AM

Types de modulation analogique :

- AM (modulation d'amplitude) : 1 porteuse + 2 raies latérales symétriques
- DSB-SC (double bande à suppr. porteuse) : 2 raies latérales, pas de porteuse
- SSB (bande latérale unique) : 1 raie latérale

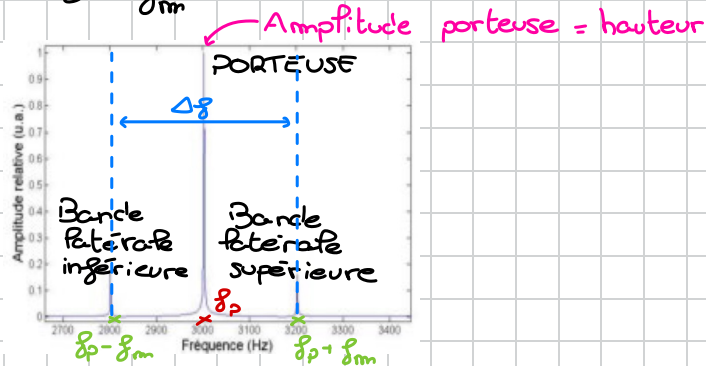
Porteuse = pic central sur spectre (f_p)

Fréquence du signal utile : $f_m = |f_{\text{latérale}} - f_p|$

Largeur de bande :

- En AM : $B = 2 f_m$ (de $f_c - f_m$ à $f_c + f_m$)
- En DSB-SC : même largeur
- En SSB : $B = f_m$

Sur le spectre :



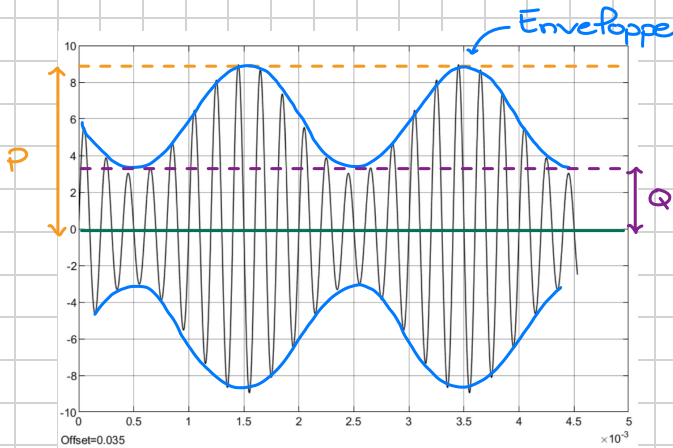
Expression du signal modulé en AM avec porteuse conservée :

coef. d'amplification ← signal modulant si $m(t) = A_m \cos(\omega_m t)$

$$y(t) = A_p (1 + k m(t)) \cos(\omega_p t) \quad ; \quad y(t) = A_p (1 + m \cos(\omega_m t)) \cos(\omega_p t)$$

Taux de modulation : $m = k A_m = \frac{2 \cdot A_p \leftarrow \text{Ampl. raies latérales}}{A_p \leftarrow \text{Ampl. porteuse}}$

Lecture d'un schéma de signal modulé :



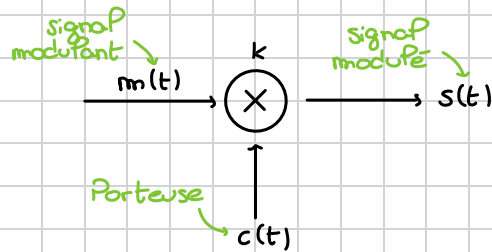
Indice de modulation

$$m = \frac{P - Q}{P + Q}$$

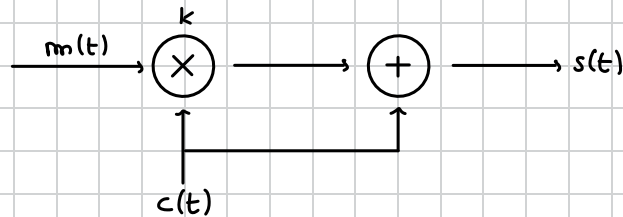
$$\left. \begin{aligned} P &= A_c(1 + m) \\ Q &= A_c(1 - m) \end{aligned} \right\} A_c = \frac{P + Q}{2}$$

Amplitude porteuse

Schémas fonctionnels de modulateurs :



AM à porteuse supprimée (MPS)



AM à porteuse conservée (MAPC)

• Modulations angulaires

On considère :

$$m(t) = A_m \cos(\omega_m t)$$

On modifie l'angle de la porteuse soit :

- en changeant sa fréquence (FM)
- en changeant sa phase (PM)

Modulation PM :

$$\beta_{ph} = k_{ph} A_m \rightarrow s_{ph}(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta_{ph} \cos(\omega_m t))$$

indice de modulation (pointing to β_{ph})

sensibilité de modulation (pointing to k_{ph})

amplitude modulant (pointing to A_m)

porteuse (pointing to A_c)

pulsation modulant (pointing to ω_m)

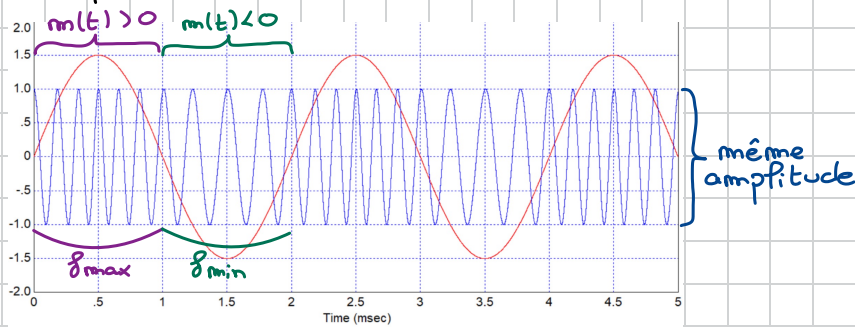
Modulation FM : $\beta_{FM} = \frac{k_{FM} A_m}{f_m} \rightarrow s_{FM}(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta_{FM} \sin(\omega_m t))$

$$\rightarrow A_c = \text{cte} \text{ donc } P_{\text{tot}} = \frac{A_c^2}{2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\beta) = \frac{A_c^2}{2} = \text{cte}$$

Excursion de fréquence : $\Delta f = \beta_{FM} f_m = k_{FM} A_m$

La fréquence de $s_{FM}(t)$ varie entre $\underbrace{f_c - \Delta f}_{f_{\min}}$ et $\underbrace{f_c + \Delta f}_{f_{\max}}$

Comportement sur l'oscilloscope :



Spectre de $s_{FM}(t)$: Donnée grâce aux fonctions de Bessel

$$s_{FM}(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) \cos(2\pi(f_c + n f_m)t)$$

↗ à lire dans la table de Bessel

La fonction de Bessel est symétrique $\Rightarrow J_n(\beta) = J_{-n}(\beta)$

On trace les raies selon :

- Fréquences : $f_c \pm n f_m$
- Amplitudes : $A_c |J_n(\beta)|$

Règle de Carson : 98 % de la puissance du signal dans :
 $[f_c - (\beta + 1)f_m ; f_c + (\beta + 1)f_m]$

Largeur de la bande $\rightarrow B = 2(\beta + 1)f_m = 2(\Delta f + f_m)$

Modulations numériques

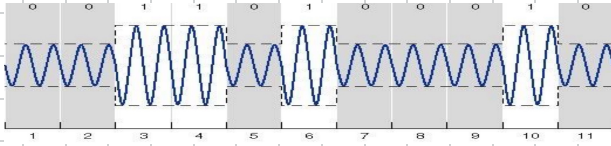
Mesures principales :

- $\text{Débit binaire} = \text{Débit symbolique} \times \text{Nb bits par symbole}$
 $\text{bits/s} \rightarrow \text{nb symboles/s (bauds)}$
- $\text{Efficacité spectrale} = \frac{\text{Débit binaire}}{\text{Bande passante}}$
 $\text{bits/s/Hz} \rightarrow$

Modulation ASK : On associe une amplitude à chaque état

2ASK (BASK) :

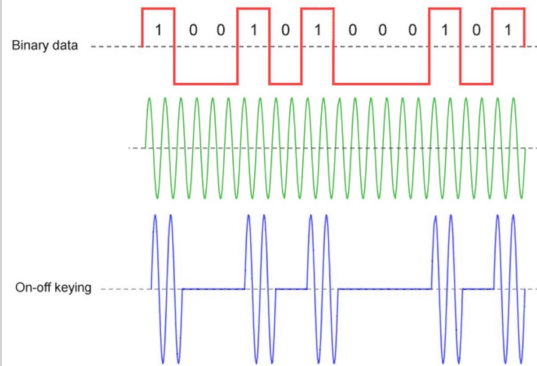
2 amplitudes pour 0 et 1



OOK :

0 = pas de signal

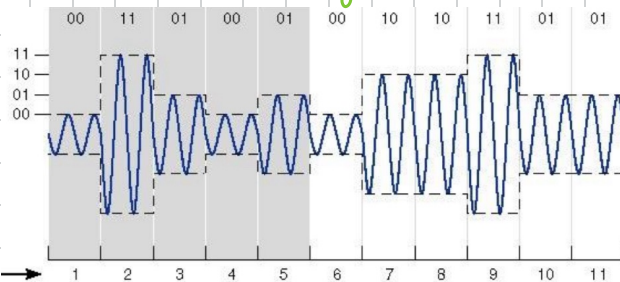
1 = porteuse



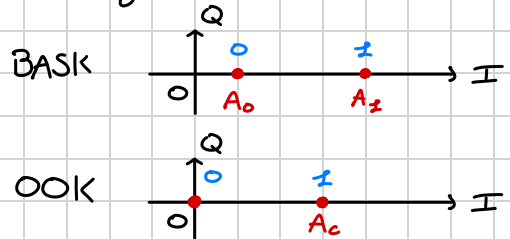
MASK : 17 amplitudes pour 17 symb.

$\rightarrow \log_2(17)$ bits / symbole

Ex : 2ASK $\rightarrow$ 4 symboles de 2 bits



Diagrammes de constellations



Modulation FSK : On associe une fréquence à chaque état

$0 = s_0(t)$ de fréquence f_0 $1 = s_1(t)$ de fréquence f_1
 f_0 et f_1 choisis tq s_0 et s_1 orthogonaux.

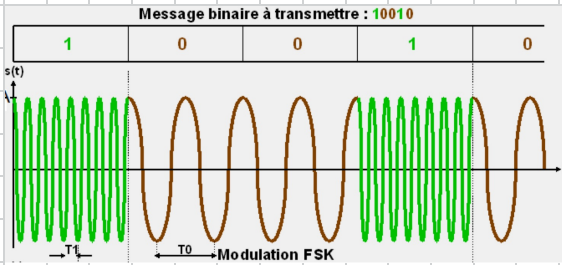
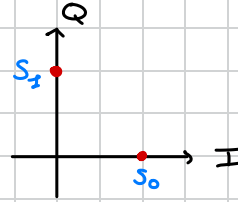


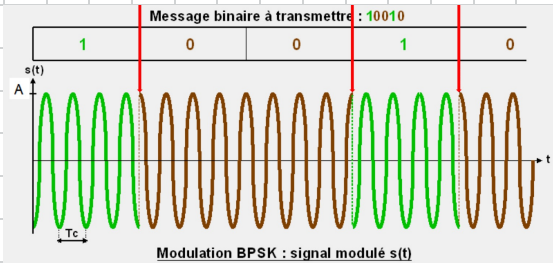
Diagramme de constellation :



Modulation PSK : On associe une phase à chaque état.

BPSK (2-PSK) :

$0 = s_0(t)$ de fréquence f_p avec phase 0°
 $1 = s_1(t)$ de fréquence f_p avec phase $\pm 180^\circ$

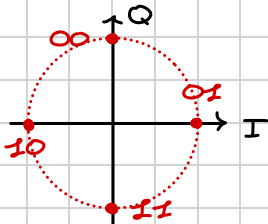


MPSK : M phases pour M états

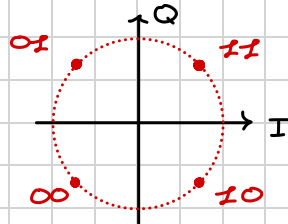
$$s_m(t) \rightarrow \theta_m = \frac{2\pi(m-1)}{M}$$

$\leftarrow [0, M-1]$

Diagrammes de constellation :



4-PSK



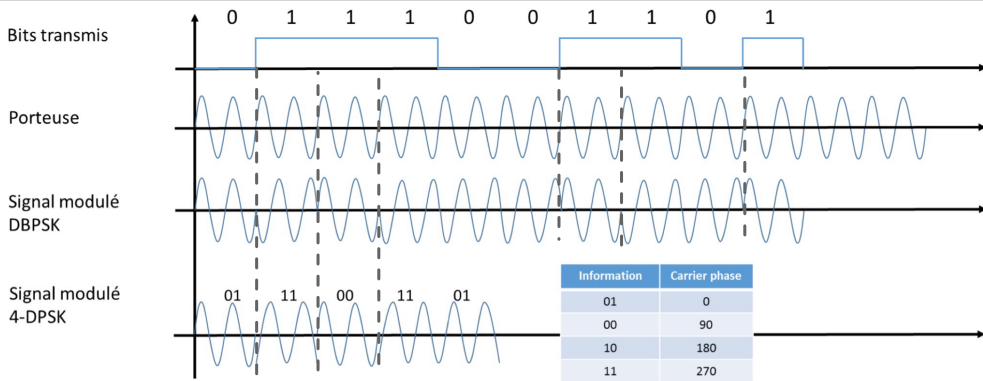
QPSK
 $\leftarrow$ quadrature

Modulation DPSK : Infos encodées par la différence de phase entre 2 transmissions successives.

DBPSK : Si le bit suivant est $\begin{cases} 0 \rightarrow \text{pas de chgmt de phase} \\ 1 \rightarrow \text{déphasage de } 180^\circ \text{ par rapport au bit précédent} \end{cases}$
↑ différentiel
("toggle")

4-DPSK :

- 01 $\rightarrow$ pas de déphasage
- 00 $\rightarrow 90^\circ$
- 10 $\rightarrow 180^\circ$
- 11 $\rightarrow 270^\circ$



Modulation MQAM : On associe chaque symbole à un couple amplitude / phase.

16-QAM : $\begin{cases} 4 \text{ niveaux d'amplitude sur } I \\ 4 \text{ niveaux sur } Q \end{cases} \rightarrow 16 \text{ points} \rightarrow 4 \text{ bits/symbole}$

Diagramme de constellation :

